



AMC 2014-2025 + ARML 2017-2023

- مدت زمان آزمون ۳/۵ ساعت است.
- در صورتی که پاسخ پرسشی عبارتی ریاضی است، باید تا حد امکان ساده شده، صریح و دقیق باشد.

پرسش ۱. جیسون سه تاس ۶ وجهی سالم را پرتاب می‌کند. سپس او به تاس‌ها نگاه می‌کند و یک زیرمجموعه (از جمله مجموعه‌ی تهی و مجموعه‌ی هر سه تاس) را برای پرتاب دوباره انتخاب می‌کند. بعد از پرتاب دوباره، او خواهد برد اگر و تنها اگر مجموع اعدادی که روی وجه بالایی این سه تاس هستند، دقیقاً ۷ باشد. جیسون همواره به نحوی بازی می‌کند که احتمال بردش را بیشینه کند. احتمال این که او دقیقاً ۲ تاس را برای پرتاب مجدد انتخاب کند چقدر است؟

AMC10 A 2020

پرسش ۲. دو مکعب با اندازه برابر قرار است رنگ شوند به این صورت که رنگ هر وجه آن‌ها به طور تصادفی و مستقل از سایر وجه‌ها سیاه یا سفید انتخاب می‌شود. احتمال آن که بعد از این که دو رنگ شدند، بتوان آن‌ها را چرخاند به طوری که ظاهر یکسانی پیدا کنند چقدر است؟

AMC12 B 2020

پرسش ۳. تعداد روش‌های فرش کردن یک مستطیل 4×7 را با استفاده از کاشی‌های 1×1 ، 1×2 ، 2×2 ، 3×3 و 4×4 را بیابید.

ARML team 2017

پرسش ۴. اعداد ۱، ۲، ...، ۹ به طور تصادفی در ۹ خانه یک جدول 3×3 قرار داده شده اند. هر خانه یک عدد دارد و هر عدد یک بار استفاده شده. احتمال آن که مجموع اعداد هر سطر و هر ستون فرد باشد چقدر است؟

AMC10 A 2019

پرسش ۵. مری یک عدد زوج ۴ رقمی به نام n را انتخاب می‌کند. او تمامی شمارنده های n را به ترتیب صعودی از چپ به راست می‌نویسد: $1, 2, \dots, \frac{n}{p}, n$. می‌دانیم 323 یکی از شمارنده های n است. کوچکترین مقداری که شمارنده بعدی (که سمت راست 323 نوشته می‌شود) می‌تواند داشته باشد چقدر است؟

AMC10 B 2018

پرسش ۶. یک مربع در صفحه مختصات با رئوس $(2, 2)$ ، $(2, -2)$ ، $(-2, -2)$ ، $(-2, 2)$ رسم شده. یک ذره از $(0, 0)$ شروع می‌کند. هر ثانیه آن با احتمال برابر و مستقل از لحظات قبلی به یکی از ۸ نقطه شبکه ای (نقاطی که مولفه های مختصاتشان عدد صحیح هستند) می‌رود که نزدیکترین ها به مکان فعلی آن هستند. به عبارت دیگر، احتمال آن که ذره از (x, y) به هر یک از $(x, y + 1)$ ، $(x + 1, y + 1)$ ، $(x + 1, y)$ ، $(x + 1, y - 1)$ ، $(x, y - 1)$ ، $(x - 1, y - 1)$ ، $(x - 1, y)$ یا $(x - 1, y + 1)$ برود، هرکدام $\frac{1}{8}$ است. ذره به محض اینکه به یکی از نقاط روی محیط مربع برسد، متوقف می‌شود. احتمال آن که ذره روی یکی از رئوس مربع متوقف شود برابر $\frac{m}{n}$ است که در آن m و n اعداد صحیح مثبتی هستند که نسبت به هم اولند. $m + n$ چند است؟

AMC12 A 2017

پرسش ۷. یک گروه n نفره از افراد در یک مسابقه آنلاین بسکتبال ویدیویی شرکت کرده اند. تعداد اعضای هر تیم باید ۵ نفر باشد. هر کس می‌تواند عضو هر تعدادی تیم ۵ نفره باشد، اما هیچ دو تیمی نمی‌توانند دقیقاً ۵ عضو یکسان داشته باشند. آمارهای سایت اتفاق جالبی را نشان می‌دهند: میانگین تعداد تیم‌هایی که تمام اعضایشان در یک زیرمجموعه ۹ نفره قرار دارند (به ازای تمام زیرمجموعه‌های ۹ عضوی از این n نفر)، برابر است با معکوس میانگین تعداد تیم‌هایی که تمام اعضایشان در یک زیرمجموعه ۸ نفره قرار دارند (به ازای تمام زیرمجموعه‌های ۸ عضوی از این n نفر). چند مقدار $9 \leq n \leq 2017$ می‌توانند تعداد شرکت‌کننده‌ها باشند؟

AMC12 B 2017

پرسش ۸. سه عدد به طور تصادفی مستقل از هم از بازه $[0, 1]$ انتخاب می‌شوند. احتمال آن که اعداد انتخاب شده اضلاع یک مثلث را با مساحت ناصفر تشکیل دهند چقدر است؟

AMC12 A 2016

پرسش ۹. یک قورباغه روی محور اعداد با قوانین زیر می‌پرد:

■ از ۰ شروع می‌کند

■ اگر روی ۰ باشد به احتمال $\frac{1}{p}$ به ۱ می‌رود و به احتمال $\frac{1}{p}$ ناپدید می‌شود.

■ برای هر یک از $n = 1, 2, 3$ اگر روی n باشد، به احتمال $\frac{1}{4}$ به $n + 1$ می‌رود و به احتمال $\frac{1}{4}$

به $n - 1$ می‌رود و به احتمال $\frac{1}{p}$ ناپدید می‌شود.

احتمال آن که قورباغه به ۴ برسد چقدر است؟

AMC12 B 2025

پرسش ۱۰. تعداد سه تایی‌های نامرتبی از مستطیل‌هایی با مساحت صحیح را بیابید که می‌توان آن سه را طوری به هم چسباند که بدون همپوشانی یک مستطیل 3×5 تشکیل دهند. (به عنوان مثال، یکی از چنین سه تایی‌هایی شامل یک 3×3 و دو تا 1×3 است و یک سه تایی دیگر شامل یک 3×3 و دو تا $1/5 \times 2$ است. آخرین سه تایی با سه تایی شامل یک 3×3 و دو تا $1/5 \times 2$ یکی است.)

ARML team 2018

پرسش ۱۱. شش صندلی با فواصل برابر دور میزی دایره ای قرار گرفته اند. در ابتدا روی هر صندلی یک نفر می‌نشیند. همه بلند می‌شوند و روی یک صندلی که همان قبلی یا مجاور آن نباشد می‌نشینند. به چند روش چنین کاری ممکن است؟

AMC12 B 2015

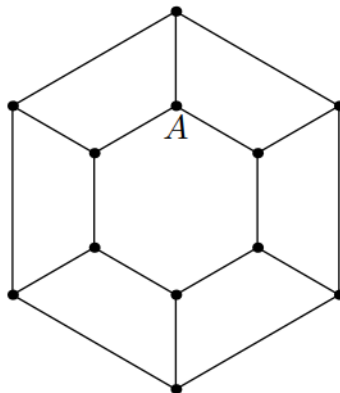
پرسش ۱۲. در یک برکه کوچک ۱۱ برگ شناور قرار دارند که با ۰ تا ۱۰ شماره گذاری شده اند. یک قورباغه روی برگ ۱ نشسته است. وقتی قورباغه روی برگ N است، $0 < N < 10$ ، او به احتمال $\frac{N}{10}$ به برگ $N - 1$ می‌پرد و به احتمال $1 - \frac{N}{10}$ به برگ $N + 1$ می‌پرد. هر پرش مستقل از پرش های قبل است. اگر قورباغه به برگ ۰ برسد توسط یک مار صبور خورده خواهد شد. اگر قورباغه به برگ ۱۰ برسد او از برکه خارج شده و هرگز بر نمی‌گردد. احتمال آن که قورباغه بدون خورده شدن توسط مار فرار کند چقدر است؟

AMC12 B 2014

پرسش ۱۳. هشت دانش آموز در تمرین هارپر ولی ای آر ام ال شرکت کرده اند. بعد از اتمام تمرین، آن ها تصمیم می‌گیرند در مراسم تجلیل، سلفی بگیرند. هر عکس سلفی شامل ۲ یا ۳ دانش آموز خواهد بود. مینیمم تعداد سلفی های مورد نیاز را که هر جفت از این ۸ دانش آموز دقیقا در یک سلفی با هم حضور داشته باشند را بیابید.

ARML team 2019

پرسش ۱۴. فرض کنید ژنا یک مسیر را روی پاره خط های شکل زیر می‌پیماید که از نقطه A شروع می‌شود.



مسیر از هر کدام از رئوس به جز A دقیقاً ۱ بار می‌گذرد، و A را تنها در ابتدا و انتهای مسیر می‌بیند. تعداد مسیرهایی که ژنا ممکن است بپیماید را بدست آورید.

ARML team 2023

پرسش ۱۵. دیو یک میز دایره ای می‌سازد، سپس او یک یا چند عدد صحیح با فواصل برابر را روی محیط میز می‌چیند. او دو میز را یکسان در نظر می‌گیرد اگر با چرخاندن یکی بتوان کاری کرد که تمام اعداد در جایگاه های یکسانی قرار بگیرند. به عنوان مثال یک میز با اعداد ۵، ۴، ۸ (در جهت عقربه های ساعت) با یک میز با اعداد ۸، ۵، ۴ (در جهت عقربه های ساعت) می‌شود ولی هردوی این ها با میزی که اعداد ۴، ۵، ۸ (در جهت عقربه های ساعت) را دارد متفاوتند. می‌دانیم مجموع اعدادی که دور میز چیده ۱۷ است. تعداد میز های مختلفی که او می‌تواند بسازد را محاسبه کنید.

ARML team 2023