



آزمون تئوری تارجان
۱۳ ام تا ۲۰ ام فروردین ماه ۱۴۰۳
آزمون نهم

Sandali

صندلی (Sandali)

۱. بین n تیم ورزشی سری مسابقاتی برگزار شده است. می‌دانیم به ازای هر چهار تیم دلخواه، دقیقاً سه بازی وجود داشته که طرفین این بازی‌ها از آن چهار تیم مورد نظر می‌باشند. حداکثر تعداد شرکت‌کنندگان این سری مسابقات را بیابید.

۲. معلمی ۱۰ کارت با شماره‌های ۱ تا ۱۰ دارد که هر عدد روی دقیقاً یکی از کارت‌ها نوشته شده است. او کارت‌ها را در یک ردیف از چپ به راست روی میز قرار می‌دهد و ۱۰ دانش‌آموز کلاس را به نوبت صدا می‌کند تا پای میز بیایند. هر دانش‌آموز در نوبت خود از سمت چپ شروع به خواندن شماره‌ی کارت‌ها می‌کند. هر زمان به کارتی که بین تمام کارت‌هایی که در حال حاضر روی میز قرار دارند، کمترین شماره را دارد می‌رسد، آن را از روی میز بر می‌دارد.

برای مثال اگر در حال حاضر کارت‌های روی میز ۲، ۷، ۱۰، ۹، ۶، ۸، ۵، ۴، ۱، ۳ باشند، دانش‌آموز اول کارت‌هایی که شماره‌های ۱ و ۲ روی آن‌ها نوشته شده‌اند را بر می‌دارد و دانش‌آموزی که در نوبت دوم پای میز می‌آید، کارت‌های با شماره‌ی ۷، ۶، ۵، ۴، ۳ را بر می‌دارد و این روند ادامه پیدا می‌کند. (ممکن است دانش‌آموزی در نوبت خود پای میز بیاید و هیچ کارتی برای برداشتن وجود نداشته باشد.)

A را تعداد دنباله‌هایی از این ۱۰ کارت در نظر بگیرید که دقیقاً ۹ دانش‌آموز از روی میز کارتی بردارند.

B را تعداد دنباله‌هایی از این ۱۰ کارت در نظر بگیرید که دقیقاً ۲ دانش‌آموز از روی میز کارتی بردارند.

نشان دهید $A = B$.



آزمون تئوری تارجان
۱۳ ام تا ۲۰ ام فروردین ماه ۱۴۰۳
آزمون نهم

Australia

استرالیا (Australia)

۳. n را عددی طبیعی که $n \geq 6$ و G را گرافی با n راس در نظر بگیرید که درجه‌ی هر راس آن حداقل ۳ است. اگر C_1, C_2, \dots, C_k تمام دورهای گراف G باشند، تمام مقادیر ممکن برای $\gcd(|C_1|, |C_2|, \dots, |C_k|)$ را بیابید. (در نظر بگیرید که $|C_i|$ به معنای تعداد راس‌های داخل دور C_i می‌باشد.)



آزمون تئوری تارجان
۱۳ ام تا ۲۰ ام فروردین ماه ۱۴۰۳
آزمون نهم

Free

فیری (Free)

۴. بر هر راس جدولی $n \times n$ ($n > 1$)، مانتیسی قرار دارد (یعنی در مجموع $(n + 1) \times (n + 1)$ مانتیسی). در نیمه‌شب، هر یک از مانتیسی‌ها به مرکز یکی از خانه‌های جدول به دلخواه خودشان حرکت کردند. مشخص شد که فاصله‌ی هر دو مانتیسی که پیشتر بر روی دو راسی که با یک ضلع به هم متصل شده‌اند، قرار داشتند، ثابت مانده است. نشان دهید مانتیسی وجود دارد که به مرکز خانه‌ای حرکت کرده باشد که پیشتر بر راسی از آن قرار داشت.