

۱. رامین به وجود جن در خانه‌اش مشکوک شده است. او می‌خواهد با استفاده از ۱۰۰ سنگ با رنگ‌های متفاوتی که در اختیار دارد، بفهمد خانه‌اش جن دارد یا خیر. (وزن دو به دوی سنگ‌ها متمایز می‌باشد اما رامین از وزن هیچ کدام از سنگ‌ها و ترتیب سنگینی آن‌ها اطلاعی ندارد.) از این رو هر شب قبل از خواب، ۱۰ سنگ را انتخاب و روی میز می‌گذارد. سپس در همان شب، ارشیا به خانه‌ی رامین آمده، سنگ‌ها را مرتب کرده و می‌رود. می‌دانیم اگر جن در خانه‌ی رامین وجود داشته باشد، در هر شب بعد از مرتب‌سازی ارشیا جای دو سنگ را به دلخواه عوض کرده و می‌رود. (دقت کنید که اگر جن وجود داشته باشد، هر شب دقیقاً جای دو سنگ عوض شده و در غیر این صورت سنگ‌ها مرتب شده باقی می‌مانند.) تعیین کنید آیا رامین می‌تواند پس از مدتی مطمئن شود که خانه‌اش جن دارد یا خیر.



آزمون تئوری تارجان
۷ ام اسفند تا ۱۵ ام اسفند ماه ۱۴۰۲
آزمون ششم

Dige

دیگه (Dige)

۲. آیا می‌توان تمام اعداد صحیح مثبت را با سه رنگ قرمز، آبی و سبز رنگ کرد به نحوی که به ازای هر عدد a ، اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های قرمز، آبی و سبز آن را به ترتیب r ، b و g در نظر بگیریم، تفاضل هیچ دوتایی از این اعداد بیش از ۲ نباشد؟



آزمون تئوری تارجان
۷ ام اسفند تا ۱۵ ام اسفند ماه ۱۴۰۲
آزمون ششم

Hoshyar

هوشیار (Hoshyar)

۳. در شهر کوتوله‌ها، ۱۰۰۰ برج مشابه وجود دارند. در هر برج، ۱۰۰۰ کتاب داستان وجود دارد که در هر کتاب داستان، یک کوتوله زندگی می‌کند. هر کدام از کوتوله‌ها، کلاهی به یکی از ۱۰۰۰ رنگ موجود می‌پوشد و هر دو کوتوله که در یک برج زندگی می‌کنند، کلاهایی با رنگ‌های متفاوتی سر می‌کنند. دو کوتوله دوستند هرگاه، کلاه‌های هم‌رنگ بپوشند، همچنین یکی در داستان k ام برجش و دیگری در داستان $k + 1$ ام برجش زندگی کند. بیشینه تعداد دوستی‌های ممکن بین کوتوله‌ها را بیابید.

۴. سینا و رینا می‌خواهند برای سامان شعبده بازی کنند. ابتدا سینا از اتاق خارج می‌شود. حال سامان دنباله‌ی (a_1, a_2, \dots, a_n) متشکل از ۰ و ۱ را می‌نویسد. پس از آن، رینا دنباله‌ی (b_1, b_2, \dots, b_n) که از ۰ و ۱ تشکیل شده را با دانستن دنباله‌ی سامان می‌نویسد. پس از آن، سامان یا کاری نمی‌کند یا کلمه‌ی «موتابور» را به زبان می‌آورد. اگر سامان بگوید موتابور، دنباله‌ی خودش به $(a_n, a_{n-1}, \dots, a_1)$ و دنباله‌ی رینا به $(1 - b_n, 1 - b_{n-1}, \dots, 1 - b_1)$ تبدیل می‌شود. دنباله‌ی سامان با پارچه‌ای پوشیده شده است، و سینا به اتاق باز می‌گردد. سینا می‌بایست با دانستن دنباله‌ی رینا، دنباله‌ی پایانی سامان را حدس بزند.

به ازای چه n هایی، سینا و رینا می‌توانند شعبده‌ی خود را به درستی اجرا کنند؟